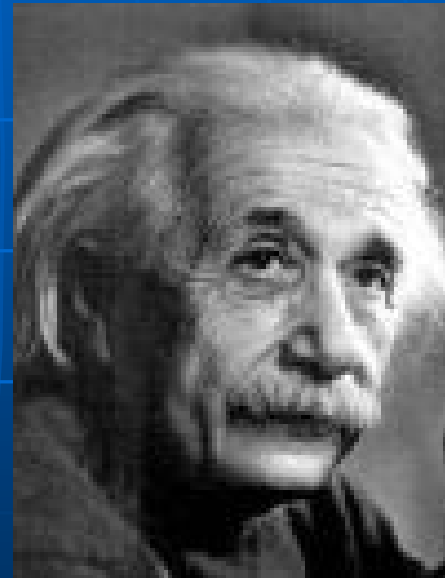


Solitones en Condensados de Bose-Einstein



El Condensado de Bose-Einstein

- Estado de la materia en el que todos los átomos están en el estado fundamental
- El CBE está descrito por una única función de onda
- Predicho en 1924, realizado en 1995
- Enfriamiento de átomos alcalinos (^{85}Rb , ^{87}Rb , ^{23}Rb , ^7Li) a temperaturas muy bajas
 - Primera fase: Trampa láser
 - Segunda fase: Evaporación en trampa magnética

Bosones sin interacción

- Trampa magnética armónica:

$$V_{\text{ext}}(\vec{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

- Estados monoparticulares

$$\epsilon_{n_x n_y n_z} = (n_x + 1/2)\hbar\omega_x + (n_y + 1/2)\hbar\omega_y + (n_z + 1/2)\hbar\omega_z$$

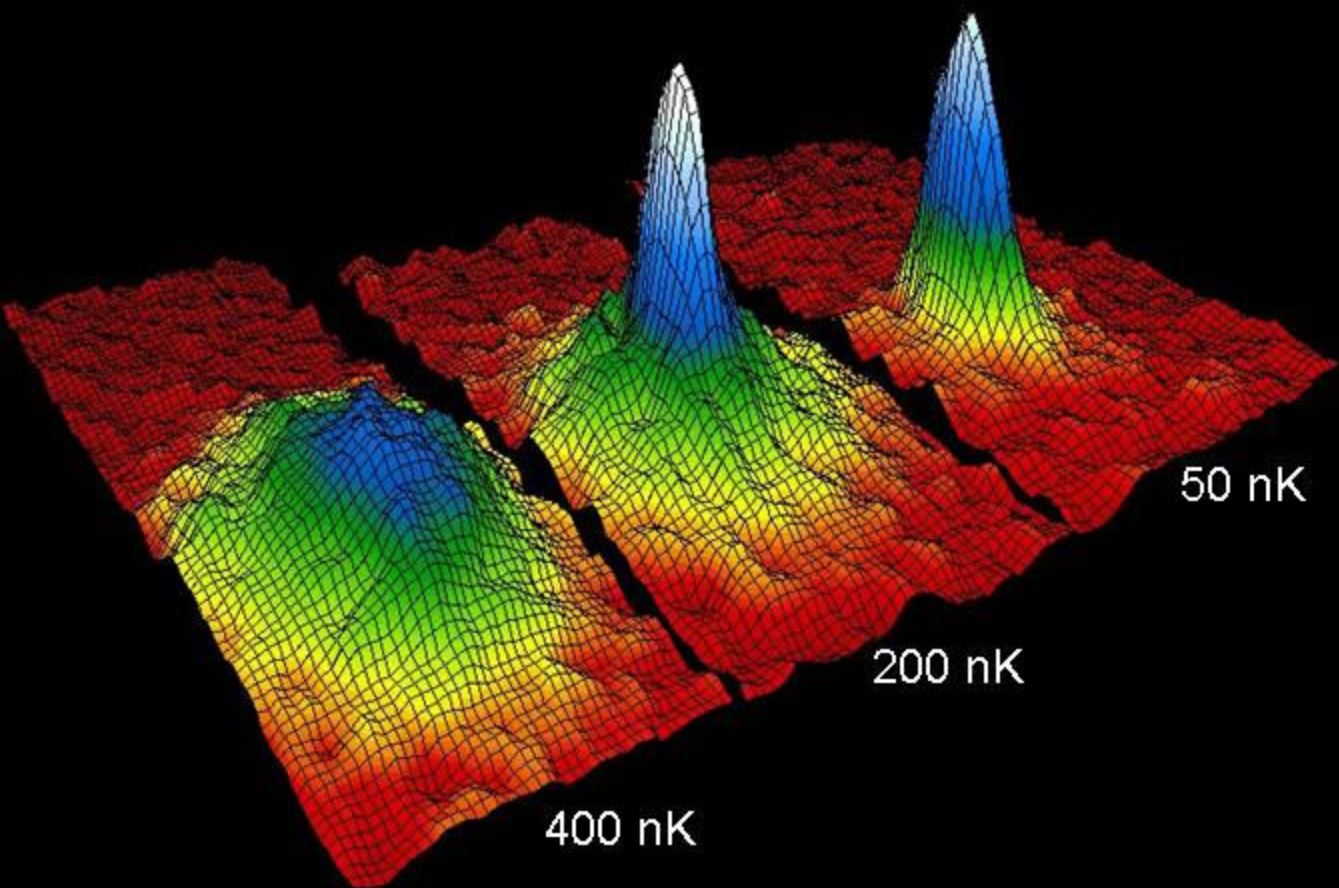
- Estado fundamental: $\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) = \prod_{i=1}^N \varphi_0(\vec{r}_i)$

$$\varphi_0(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega_{\text{h0}}}{\pi\hbar}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)\right]$$

$$\omega_{\text{h0}} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}, \quad a_{\text{h0}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\text{h0}}}} \sim 1\mu\text{m}$$

Bosones sin interacción

- Distribución de densidades: $n(\vec{r}) = N|\varphi_0(\vec{r})|^2$
- Función Gaussiana en el espacio de coordenadas y el de momentos \rightarrow Localización en ambos espacios. Propio de BECs
- Existen también trampas con simetría axial \rightarrow Geometría quasi-1D (disco, cigarro)
- A temperatura finita, existen dos escalas de energía:
 - Temperatura de transición $k_B T_0$
 - Espaciado promedio de niveles $\hbar\omega_{h0}$
 - Relacionados (aprox. semiclásica): $k_B T_0 = (N/\zeta(3))^{1/3} \hbar\omega_{h0}$
- Aprox. semiclásica válida si $k_B T_0 \gg \hbar\omega_{h0}$. Se cumple en CBEs experimentales.
- En Rubidio, $\hbar\omega_{h0} = 9$ nK, $T_0 = 300$ nK y $N = 40000$.



Efecto de la interacción

- Hamiltoniano de N partículas confinadas en un potencial V_{ext} :

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \int d\vec{r} \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}) \\ &+ \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}') V(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}'),\end{aligned}$$

- Aproximación de campo medio: separar la contribución del condensado de $\hat{\Psi}$ y $\hat{\Psi}^\dagger$:

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}, t) + \hat{\Psi}'(\vec{r}, t)$$

- $\Phi(\vec{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \rangle$: Función de onda del condensado
- Densidad del condensado: $n_0(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2$.

Efecto de la interacción

- Aproximación de gas diluido: $V(\vec{r} - \vec{r}') = g\delta(\vec{r} - \vec{r}')$

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$$

- a : Longitud de dispersión de ondas s (mucho mayor que la distancia entre átomos).
- Ecuación Gross-Pitaevskii:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V_{\text{ext}}(\vec{r}) + g|\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t)$$

- Válido sólo para $T \approx 0$ ($\hat{\Psi}' = 0$)
- $a > 0$ (repulsivo) en Rb y Na. $a < 0$ (atractivo) en Li \rightarrow Colapso para $N > N_{cr}$.

Arrays de CBEs

- Trampa óptica: dos haces láser que se propagan en dirección contraria crean una onda estacionaria → potencial periódico
- Átomos se sitúan en los vientres de la onda → array de BECs acoplados
- La función de onda del condensado puede desarrollarse en funciones de Bloch o de Wannier:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum_n \psi(t) \phi(\vec{r} - \vec{r}_n)$$

- Usando la aproximación tight-binding, la ecuación GP se transforma en una DNLS:

$$i\dot{\psi}_n + \sigma\gamma|\psi_n|^2\psi_n + (\psi_{n+1} + \psi_{n-1} - 2\psi_n) = 0$$

- $\sigma = -\text{sgn}(a)$, $\gamma \propto a$.
- $a < 0$, bright breathers estables; $a > 0$, dark breathers estables.

Resonancia Feshbach

- La energía total de dos átomos en colisión es igual a la de la molécula ligada. Son posibles transiciones átomo-molécula durante la colisión
- Se induce por un campo magnético externo (efecto Zeeman)
- La longitud de dispersión puede variar fácilmente.
- Efectos:
 - Condensado fermiónico ($^{40}\text{K}_2$, $^6\text{Li}_2$)
 - Bosenovas: colapso y explosión variando a
($N_{cr} = ka_{h0}/|a| \rightarrow a_{cr} = -ka_{h0}/N_0$)
 - Arrays de BECs

$$i\dot{\psi}_n + 2g(t)|\psi_n|^2\psi_n + (\psi_{n+1} + \psi_{n-1} - 2\psi_n) = 0$$